КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
(дифференцирование, критерии выпуклости
и сильной выпуклости, проекция)
вариант 1

1. Для функционала $J(x)$ в пространстве $l^2$ выписать в явном виде градиент и гессиан, первую и вторую производные по Фреше, где

$$J(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (x_n - x_{n+1})^2.$$

2. Исследовать функционал $J(x)$ из пункта 1 на выпуклость и сильную выпуклость (указать константу сильной выпуклости)

а) в пространстве $l^2$,

б) на множестве $X = \left\{x \in l^2 : \ x_n \geq 0, \ n \in \mathbb{N}\right\}$.

3. В пространстве $L^2[0,1]$ найти проекции векторов $f(t) = -2\cos\frac{\pi}{2}t$ и $g(t) = \cos\frac{\pi}{2}t$ на множество

$$U = \left\{ u \in L^2[0,1] : \int\limits_0^1 u^2(t)\ dt \leq 1, \int\limits_0^1 u(t)\ dt \leq 0 \right\}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
(дифференцирование, критерии выпуклости
и сильной выпуклости, проекция)
вариант 2

1. Для функционала $J(u)$ в пространстве $L^2[0,1]$ выписать в явном виде градиент и гессиан, первую и вторую производные по Фреше, где

$$J(u) = \int\limits_0^1 u(t) \left( \int\limits_t^1 u(s) ds \right) dt.$$

2. Исследовать функционал $J(u)$ из пункта 1 на выпуклость и сильную выпуклость (указать константу сильной выпуклости)

а) в пространстве $L^2[0,1]$,

б) на множестве $U = \left\{ u \in L^2[0,1] : \int\limits_0^1 u(t)\big(2 - u(t)\big) dt \geq \frac{3}{4} \right\}$.

3. В пространстве $l^2$ найти проекции точек $A(4, -2, 4, 0, ..., 0, ...)$ и $B(1, -2, -2, 0, ..., 0, ...)$ на множество

$$X = \left\{ x \in l^2 : \sum_{n=1}^{+\infty} x_n^2 \leq 9,\ -x_1 - x_2 \leq 0 \right\}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
(дифференцирование, критерии выпуклости
и сильной выпуклости, проекция)
вариант 3

1. Для функционала $J(x)$ в пространстве $l^2$ выписать в явном виде градиент и гессиан, первую и вторую производные по Фреше, где

$$J(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (x_n - x_{n+1}) x_n.$$

2. Исследовать функционал $J(x)$ из пункта 1 на выпуклость и сильную выпуклость (указать константу сильной выпуклости)

а) в пространстве $l^2$,

б) на множестве $X = \left\{ x \in l^2 : \ x_n \leq 0, \ n \in \mathbb{N} \right\}$.

3. В пространстве $L^2[0,1]$ найти проекции векторов $f(t) = 2t + 1$ и $g(t) \equiv 1$ на множество

$$U = \left\{ u \in L^2[0,1] : \int\limits_0^1 u(t) \sin \pi t \ dt \geq 1, \int\limits_0^1 u(t) \cos \pi t \ dt \geq 0 \right\}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
(дифференцирование, критерии выпуклости
и сильной выпуклости, проекция)
вариант 4

1. Для функционала $J(u)$ в пространстве $L^2[0,1]$ выписать в явном виде градиент и гессиан, первую и вторую производные по Фреше, где

$$J(u) = \int_0^1 \left( \int_t^1 u(s)ds \right)^2 dt.$$

2. Исследовать функционал $J(u)$ из пункта 1 на выпуклость и сильную выпуклость (указать константу сильной выпуклости)

а) в пространстве $L^2[0,1]$,

б) на множестве $U = \left\{ u \in L^2[0,1] : |u(t)| \overset{\text{п.в.}}{\le} 1 \right\}$.

3. В пространстве $l^2$ указать правило вычисления проекции на множество

$$X = \left\{ x \in l^2 : |-x_1 + 2x_2 - 2x_3| \le 1 \right\}.$$